МОДУЛЬНА КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 1
(ВЕСНЯНИЙ СЕМЕСТР)
З ДИСЦИПЛІНИ «СТАТИСТИЧНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА»

для студентів спеціальності 8.04020301 - фізика

напряму підготовки 6.040203 – фізика

Варіант 1.

1. Переконатися у справедливості теореми Ліувілля у випадку пружного зіткнення двох частинок, які рухаються вздовж однієї прямої.
2. Розрахувати густину станів для нерелятивістського одноатомного фермі-бозе газа із законом дисперсії частинок $\varepsilon(\vec{p}) = \vec{p}^2 / 2m$.
3. Розрахувати хімічний потенціал газу Ван-дер-Ваальса.

Варіант 2.

1. Переконатися у несправедливості теореми Ліувілля у випадку непружного зіткнення двох частинок, які рухаються уздовж однієї прямої.
2. Розрахувати густину станів для нерелятивістського електронного газу у квантуючому магнітному полі без урахування спінового розщеплення енергетичних рівнів.
3. Розрахувати вільну та внутрішню енергію ідеального газу, який знаходиться у центрифузі у формі циліндра радіуса R та висоти H, яка обертається з частотою ω.

Варіант 3.

1. Визначити ймовірність знаходження частинки в інтервалі $[x, x+dx]$, якщо частинка рухається у параболічній одновимірній потенціальній ямі.
2. Розрахувати густину станів електрона у плівці з товщиною a. Його маса дорівнює m. Площа плівки S настільки велика, що можна не враховувати граничні ефекти у площині (x, y).
3. Отримати барометричну формулу для ідеального газу у полі сили тяжіння за допомогою умови рівноваги тіл у зовнішньому полі.

Варіант 4.

1. Визначити максимальну роботу, яку можна отримати за допомогою ідеального газа при його охолодженні від температури T до температури середовища T_0 при постійному об'ємі. Теплоємність газу дорівнює C_V.
2. Розрахувати розподіл по координатах $\rho(x)$ для класичного гармонічного осцилятора.
3. Отримати рівняння стану класичного ідеального газу.

Варіант 5.

1. У нескінченній-глибокій одновимірній потенціальній ямі ширини a знаходиться частинка. Визначити ймовірність її знаходження у інтервалі $[x, x+dx]$, враховуючи класичний рух частинки.
2. Розрахувати розподіл по імпульсах $\rho(p)$ для класичного гармонічного осцилятора.
3. Розрахувати хімічний потенціал ідеального газу.

Варіант 6.

1. Довести тотожність:

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T + \frac{T}{C_P}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P^2.$$

2. Дві частинки знаходяться у одновимірній потенціальній ямі ширини a. Енергія системи E. Отримати розподіл за енергією $\rho(\varepsilon)$ для однієї з частинок.
3. Розрахувати вільну та внутрішню енергію стовпа одноатомного ідеального газу у посудині в формі прямокутного паралелепіпеда висоти H та величини площі Ω, який знаходиться у полі сили тяжіння.

Варіант 7.

1. Довести тотожність:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_S = \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T - \frac{T}{C_V}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V^2.$$

2. N частинок ідеального газу знаходяться в об'ємі V та мають енергію E. Розрахувати ентропію газу. Отримати розподіл енергії для однієї частинки. Розглянути границю $E \to \infty, N \to \infty, E/N \to \bar{\varepsilon}$.
3. Розрахувати термодинамічні характеристики двохатомного газу.

Варіант 8.

1. Довести тотожність:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_S = \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T - \frac{T}{C_V}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V^2.$$

2. Розрахувати середнє значення за часом деякої динамічної величини, яка відноситься до гармонічного осцилятора та порівняти його з середнім, отриманим за допомогою мікроканонічного ансамблю.
3. У постійному та однорідному магнітному полі $\vec{H}$ у термостаті знаходиться ідеальний газ, частинки якого мають магнітні моменти $\vec{\mu}$. Розрахувати середню намагніченість газу.

Варіант 9.

1. Розрахувати різницю теплоємностей при постійному тиску та фіксованому об'ємі у випадку системи зі сталою кількістю частинок.
2. Узагальнити квантове рівняння Ліувілля у випадку взаємодії підсистеми з термостатом та зовнішнім полем.
3. Розрахувати класичну ротаційну статистичну суму, використовуючи з метою опису мікроскопічних станів двохатомної молекули сферичні координати.

Варіант 10.

1. Розрахувати кількість станів та густину станів для класичного гармонічного осцилятора.
2. Використовуючи рівняння неперервності та рівняння руху ідеальної рідини виразити у лінійному наближенні теорії збурень швидкість звуку у такій системі через ізотермічний модуль всестороннього стиску $K_T = \rho \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T$.
3. Отримати функцію розподілу флуктуацій енергії у гаусівському наближенні, виходячи з класичної функції розподілу у канонічному ансамблі.

Варіант 11.

1. Розрахувати ентропію системи N незалежних частинок, кожна з яких може мати енергію $-\varepsilon_0$ або $+\varepsilon_0$.
2. Отримати внутрішню енергію та ентропію діелектрика, який знаходиться у конденсаторі з напруженістю електричного поля $\vec{E}$.
3. Використовуючи ізобарично-ізотермічний ансамбль, розрахувати термодинамічні функції ідеального газу.

Варіант 12.

1. Розрахувати вираз:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_V \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_P - \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_P \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_V$$

2. Розрахувати теплоємність C_V при постійному об'ємі нерелятивістського фермі-газу з довільним законом дисперсії електронів при низьких температурах.
3. Використовуючи перетворення Лапласа, отримати статистичну сумму $Z(\beta)$ та густину станів системи N не взаємодіючих частинок у об'ємі V, де потенціальна енергія частинки дорівнює u_0. За межами цього об'єму потенціальна енергія нескінченно велика.

Варіант 13.

1. Доказати тотожність:

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T + \frac{T}{C_P}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P^2.$$

2. Отримати рівняння стану ідеального електронного газу при низьких температурах.
3. Довести співвідношення

$$\nu_{3D}(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon} d\varepsilon_1 \nu_{1D}(\varepsilon_1)\nu_{2D}(\varepsilon - \varepsilon_1).$$

Варіант 14.

1. Зв'язати зміну температури при зміні густини рідини у звуковій хвилі зі швидкістю розповсюдження звуку.
2. Розрахувати середню енергію руху квантової частинки з одним ступенем свободи у одновимірному термостаті, який являє собою потенціальний ящик довжиною L з зеркально відбиваючими частинку стінками.
3. Отримати залежність від температури хімічного потенціалу бозе-газу.

Варіант 15.

1. Отримати за допомогою мікроканонічного розподілу перше начало термодинаміки для відкритої системи.
2. Визначити, як зміниться спектральна густина $J(\omega)$ випадкового стаціонарного процесу $x(t)$, якщо показання приладу, який вимірює значення $x_m(t)$, відповідають середньому значенню цієї величини впродовж часу кожного вимірювання τ:

$$x_m(t) = \frac{1}{\tau}\int_{t-\tau/2}^{t+\tau/2} dt' x(t').$$

3. Розрахувати термодинамічні величини твердого тіла у моделі Дебая.

Варіант 16.

1. Переконатися у справедливості теореми Ліувілля у випадку трьох гармонічних осциляторів:

$$x_1 = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m\omega^2}}\sin\omega t, x_2 = \sqrt{\frac{2(\varepsilon + \Delta\varepsilon)}{m\omega^2}}\sin\omega t, x_3 = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m\omega^2}}\sin(\omega t + \delta).$$

2. Розрахувати внутрішню енергію, ентропію, теплоємність системи N невзаємодіючих частинок зі спіном $1/2$ при температурі T, які знаходяться у магнітному полі H.
3. Дослідити, як однорідне гравітаційне поле впливає на температуру бозе-ейнштейнівської конденсації.

Варіант 17.

1. Розрахувати кількість станів та густину станів для класичного гармонічного осцилятора.
2. Розрахувати тиск ідеального електронного газу при температурі $T = 0K$.
3. Для гармонічного осцилятора, який має массу m та кутову частоту ω, розрахувати статистичну суму класичним та квантово-механічним шляхом, а також знайти температурну залежність внутрішньої енергії та теплоємності у випадку системи N подібних незалежних осциляторів.

Варіант18.

1. Розрахувати густину станів релятивістської частинки, енергія якої дорівнює

$$\varepsilon = \sqrt{c^2 p^2 + m^2 c^4}.$$

2. Розрахувати температуру бозе-ейнштейнівської конденсації.
3. Отримати дисперсію кута відхилення від вертикалі математичного маятника у середовищі при температурі T.

Варіант 19.

1. Довести, що розподіл Гіббса не злежить від вибору термостата. У якості термостата розглянути: а) сукупність N частинок ідеального газу;
   б) N незалежних лінійних осциляторів. Отримати розподіл Гіббса за допомогою загальної формули мікроканонічного розподілу для цих моделів термостату. При цьому розглянути границю, $N \to \infty$ таким чином, що $\dfrac{E}{N} = \dfrac{E_0}{N} = \dfrac{3}{2}\Theta$
   є сталим $(\Theta = kT)$.
2. Розрахувати внутрішню енергію та теплоємність виродженого бозе-газу.
3. Розрахувати густину станів релятивістської частинки, яка рухається на площині.

Варіант 20.

1. Отримати внутрішню енергію та ентропію дворівневої системи у термостаті.
2. Розрахувати великий термодинамічний потенціал та ентропію виродженого бозе-газу.
3. Узагальнити квантове рівняння Ліувілля у випадку взаємодії підсистеми з термостатом та зовнішнім полем.

Варіант 21.

1. Розрахувати вираз:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_P - \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_V.$$

2. Розрахувати хімічний потенціал двовимірного електронного газу, розташованого на смузі, площа якої дорівнює S, у випадку високих температур. Густина станів з фіксованою орієнтацією спіна дорівнює $\nu(\varepsilon) = mS/2\pi\hbar^2$.
3. Розрахувати термодинамічні характеристики двохатомного газу.

Варіант 22.

1. Визначити максимальну роботу, яку можна отримати за допомогою ідеального газу при його охолодженні від температури T до температури середовища T_0 при постійному об'ємі. Теплоємність газу дорівнює C_V .
2. Обчислити внутрішню енергію двовимірного електронного газу, розташованого на смузі з величиною площі S , при температурі $T = 0\,K$. Густина станів з фіксованою орієнтацією спіна дорівнює $\nu(\varepsilon) = mS/2\pi\hbar^2$.
3. Розрахувати термодинамічні функції у випадку одновимірної моделі Дебая.

Варіант 23.

1. Розрахувати ентропію системи N незалежних частинок, кожна з яких може мати енергію $-\varepsilon_0$ або $+\varepsilon_0$.
2. Обчислити внутрішню енергію двовимірного електронного газу, розташованого на смузі з величиною площі S , при високих температурах. Густина станів з фіксованою орієнтацією спіна дорівнює $\nu(\varepsilon) = mS/2\pi\hbar^2$.
3. Вивчити теплові флуктуації в замкнутому колі, яке має опір R та індуктивність L , в термостаті з температурою T . Розрахувати спектральну густину теплового шуму ЕРС $\mathcal{E}$ та току I в колі. Знайти вираз для кореляційної функції $\left\langle I(t+\tau)I(t)\right\rangle$.

Варіант 24.

1. Отримати внутрішню енергію та ентропію діелектрика, який знаходиться у конденсаторі з напруженістю електричного поля $\vec{E}$.
2. Отримати з використанням канонічного розподілу Гіббса перше начало термодинаміки для системи у термостаті.
3. Знайти стрибок похідної $\partial C_V/\partial T$ ідеального бозе-газу при $T = T_0$ (T_0 – температура бозу-ейнштейнівської конденсації).

Варіант 25.

1. Розрахувати розподіл по координатах $\rho(x)$ для класичного гармонічного осцилятора.
2. Розрахувати момент інерції ідеального газу в циліндрі, який обертається. Задані величини: m – маса частинки, N – кількість частинок, T – температура газу, R – радіус циліндра, ω – кутова швидкість обертання. Звернути увагу на граничні випадки швидкого та повільного обертання.
3. Узагальнити результати метода Кубо на випадок феноменологічного врахування взаємодії системи з термостатом у наближенні часу релаксації.

Варіант 26.

1. N частинок ідеального газу знаходяться в об'ємі V та мають енергію E. Розрахувати ентропію газу. Отримати розподіл енергії для однієї частинки. Розглянути границю $E \to \infty, N \to \infty, E/N \to \bar{\varepsilon}$.
2. Довести справедливість формули Ейнштейна для $\overline{\left(\Delta E_{\Delta\omega}\right)^2}$ у випадку чорного випромінювання.
3. Отримати внесок внутрішніх ступенів свободи частинок ідеального бозе-газу на температуру бозе-ейнштейнівської конденсації.

Варіант 27.

1. Знайти кількість та густину станів для класичного та квантового осцилятора.
2. Розрахувати середню кількість фотонів чорного випромінювання в об'ємі V. Розрахувати $\overline{\left(\Delta N\right)^2}$.
3. Яку середню теплову швидкість броунівської частинки ми знайдемо при візуальному вимірюванні впродовж проміжку часу $\tau = 0.1c$? Масса частинки $m = 10^{-12} g$, радіус $R = 10^{-4} cm$, температура середовища $T = 300K$, в'язкість середовища $\eta = 10^{-2}\ g/cm * \sec$.

Варіант 28.

1. Дві частинки знаходяться у одновимірній потенціальній ямі ширини a. Енергія системи E. Отримати розподіл за енергією $\rho(\varepsilon)$ для однієї з частинок.
2. Розрахувати спектральну густину енергії та усі термодинамічні потенціали чорного випромінювання в одновимірному випадку.
3. Одной из основных причин молекулярного рассеяния света являются флуктуации плотности. В спектре рассеянного света наблюдается триплет, центральная компонента которого обусловлена флуктуациями энтропии, а боковые, связанные с доплеровским смещением в звуковой волне – флуктуациями давления. Найти отношение интенсивности центральной компоненты к интенсивности компонент дублета.

Варіант 29.

1. Розрахувати густину станів для нерелятивістського електронного газу у квантуючому магнітному полі без урахування спінового розщеплення енергетичних рівнів.
2. Розрахувати спектральну густину енергії та усі термодинамічні потенціали чорного випромінювання в двовимірному випадку.
3. Отримати рівняння стану двовимірного неідеального газу.

Варіант 30.

1. Розрахувати густину станів для нерелятивістського одноатомного фермі-бозе газу з законом дисперсії частинок $\varepsilon(\vec{p}) = \vec{p}^2 / 2m$.
2. Використовуючи великий канонічний розподіл Гіббса, знайти внутрішню енергію, вільну енергію, ентропію, тиск ідеального газу.
3. Розрахувати термодинамічні функції двовимірної моделі Дебая.